

Rallye mathématique du Centre

Épreuve préparatoire - Décembre 2018

3^e : Exercices 1 à 6 et Info/Algo

2^{de} : Exercices 1 à 8 et Info/Algo

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.
Bon courage et rendez-vous le 12 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1

Paul ou Virginie

5 points

Une distance de 2 km sépare Paul et Virginie qui marchent l'un vers l'autre, chacun à la vitesse de 3 km/h. Leur chien Médor qui aime autant son maître que sa maîtresse court de l'un vers l'autre à la vitesse de 8 km/h.

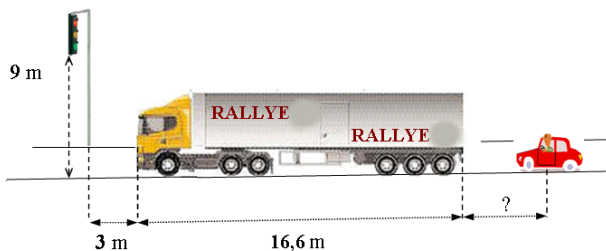


Quelle distance Médor aura-t-il parcourue lorsque Paul et Virginie se rencontreront ?

Exercice n°2

Verra verra pas

5 points



Un camion semi-remorque mesure 16,6 m de long. Sa hauteur totale au-dessus de la chaussée est de 4 m. Il est arrêté à 3 m des feux tricolores qui sont situés à 9 m au-dessus de la chaussée.

A quelle distance de l'arrière du camion doit se trouver le conducteur de la voiture pour que celui-ci, assis derrière son volant, puisse voir la totalité du feu ?

Les yeux du conducteur sont situés à 1,20 m au-dessus de la chaussée.

Exercice n°3

Décortiquer la graine...

8 points

Pour communiquer secrètement sur un Snapgram, deux amis mettent au point un codage qui fonctionne à partir d'une « graine », nombre compris entre 1 et 26. La graine sert à coder la première lettre du message clair, et c'est ensuite la lettre qui précède chaque lettre qui va jouer le même rôle.

Si, par exemple, cette graine est 5, le codage de COQ se fait ainsi :

- C est la 3^{ème} lettre de l'alphabet : on calcule alors $3 (C) + 5 (graine) = 8$ et C est traduit par H qui est la 8^{ème} lettre de l'alphabet.
- Pour O, qui est la 15^{ème} lettre de l'alphabet, on calcule $15 (O) + 3 (lettre précédente : C) = 18$ et O est traduit par R qui est la 18^{ème} lettre de l'alphabet.
- Pour Q, qui est la 17^{ème} lettre de l'alphabet, on calcule $17 (Q) + 15 (lettre précédente : O) = 32$ et comme $32 > 26$, on retient $32 - 26 = 6$. Le Q est alors traduit par F qui est la 6^{ème} lettre de l'alphabet.

Ainsi COQ sera codé en HRF.

Décoder le message suivant en sachant que la graine est un diviseur de 20.

WHNDE ANVB

Exercice n°4**Somme toute****8 points**

Avec le nombre 197 (qui est un nombre de trois chiffres) on commence l'énumération d'une suite de nombres entiers en écrivant les trois premiers nombres : 1, 9, 7. Pour continuer l'énumération, on calcule la somme des trois derniers nombres énumérés : $1 + 9 + 7$. Le 4ème nombre est donc 17. Le 5ème nombre de l'énumération est $9 + 7 + 17$ c'est-à-dire 33 et ainsi de suite.

1. Continuer l'énumération attendue en appliquant cette règle jusqu'au moment où va apparaître le nombre 197.
2. Mettre en œuvre cet algorithme en partant du nombre 742. Qu'observez-vous ?
3. On adapte l'algorithme aux nombres de deux chiffres. La nouvelle règle pour calculer un « suivant » consistera à calculer la somme des deux derniers nombres énumérés.
Déterminer parmi tous les nombres à deux chiffres ceux qui, en leur appliquant l'algorithme, possèdent la propriété analogue à celle de 197, c'est-à-dire qui réapparaissent à un certain moment dans l'énumération.

Exercice n°5**Coktail multicolore****8 points**

Pour peindre une fresque de 12 m^2 , on dispose de trois pots de peinture pleins : un pot de peinture bleue, un pot de peinture rouge et un pot de peinture jaune. Un pot permet de peindre 4 m^2 .



La fresque doit être peinte en bleu, rouge, jaune, orange, vert et violet.

Le vert est obtenu avec $\frac{2}{3}$ de jaune et $\frac{1}{3}$ de bleu, l'orange avec $\frac{1}{4}$ de rouge et $\frac{3}{4}$ de jaune et le violet avec $\frac{1}{2}$ de rouge et $\frac{1}{2}$ de bleu.

La surface à peindre en bleu mesure $1,8 \text{ m}^2$, celle à peindre en rouge $1,6 \text{ m}^2$ et celle à peindre en jaune $1,9 \text{ m}^2$.

Les surfaces à peindre avec les couleurs mélangées mesurent $3,8 \text{ m}^2$, 2 m^2 et $0,9 \text{ m}^2$.

En testant toutes les possibilités, déterminer à quelle couleur correspond chacune de ces aires.

Exercice n°6**On ne peut pas tout faire !****12 points**

Maud connaît les six façons ci-dessous de lacer ses " Doc ". Les deux rangées parallèles de onze trous sont distantes de 3 cm et sur chaque rangée les trous sont régulièrement espacés de 1 cm.

Quels sont, parmi ceux ci, les types de laçage que Maud peut utiliser, sachant que ses lacets mesurent un mètre de long et qu'elle a besoin d'au moins 30 cm pour faire la boucle ?

zigzag



directe



rapide



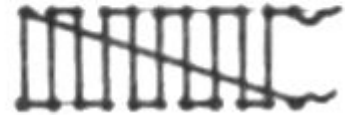
collet français



semi-directe



créneau



Exercice n°7**Un problème de Mahavira (Inde IX^e siècle)**

5 points



Un quart d'un troupeau de chameaux a été vu dans la forêt.
 Deux fois la racine carrée de ce troupeau s'en est allée sur les pentes montagneuses.
 Et le reste du troupeau soit trois fois cinq chameaux est demeuré sur les berges de la rivière.
 Combien y-a-t-il de chameaux dans ce troupeau ?

Exercice n°8**Touché, coulé !**

8 points

Pierre et Léa jouent à la bataille navale, chacun dispose d'un plateau se composant de 100 cases carrées. Elles sont repérées horizontalement de *A* à *J* et verticalement de 1 à 10.

Ils disposent chacun d'un bateau qu'ils peuvent placer horizontalement ou verticalement.



- Lors de la première partie, ils jouent chacun avec un bateau de 2 cases qu'ils placent sur leur plateau.
 - Pierre joue en premier et choisit au hasard une case.
Quelle est la probabilité qu'il touche le bateau au premier coup ?
 - Pierre a touché le bateau de Léa en *E5*. Il a le droit de rejouer. Si Pierre joue "intelligemment", nommer précisément les cases qu'il doit viser pour tenter de toucher l'autre partie du navire et donc le couler ?
 - Maintenant, c'est Léa qui tente de couler le bateau de Pierre. Léa touche aussi à son premier essai le navire de Pierre. Elle se dit alors, qu'en jouant intelligemment, elle a 1 chance sur 2 de le couler.
Quelles sont les positions possibles du bateau ?
- Lors de la seconde partie, ils jouent chacun avec un bateau de longueur 3 cases.
Léa a touché le bateau de Pierre en *B2*.
Nommer les cases qu'elle doit choisir en priorité pour avoir le plus de chances de le toucher à nouveau.

Exercice Informatique-Algorithmique**Un, deux, trois p'tits tours**

12 points

A partir d'un entier relatif donné, on considère l'algorithme suivant :

- * s'il est pair et positif ou nul (PP), on le multiplie par -2 et on ajoute 1 ;
- * s'il est pair et négatif (PN), on le multiplie par 2 et on ajoute 1 ;
- * s'il est impair et négatif (IN), on ajoute 1 et on divise par -2 ;
- * s'il est impair et positif (IP), on retranche 1 et on divise par 2.

- En faisant fonctionner l'algorithme 3 fois, quels sont les résultats obtenus en choisissant comme nombre de départ 0 ? -1 ? 14 ? -16 ? 2011 ?
- Concevoir un programme Scratch ou Python qui fait fonctionner cet algorithme 3 fois à partir d'un nombre demandé au départ.
- Si l'on fait fonctionner ce programme sur un entier pair supérieur ou égal à 2, que vaut le résultat ?
- Quels sont les nombres que l'on peut choisir au départ pour obtenir 2019 avec ce programme ?

Aide Scratch

L'opérateur  avec comme second argument le nombre 2, renvoie :

- * 0 si le premier argument est pair ;
- * 1 si le premier argument est impair.

Aide Python

La commande `%2`, renvoie :

- * 0 si le nombre précédent la commande `%2` est pair ;
- * 1 si le nombre précédent la commande `%2` est impair.